

Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

Progetto di costruzioni in zona sismica
A.A. 2025/2026

26 – PROGETTO DEI PILASTRI: FLESSIONE COMPOSTA (ALTRE SEZIONI)

Edoardo M. Marino, Università degli Studi di Catania

Definizione delle armature:
armatura a flessione dei pilastri
in tutte le altre sezioni

Continua ...

armatura a pressoflessione dei pilastri

- Per tutte le altre sezioni dei pilastri si applica la gerarchia delle resistenze (o progetto in capacità)
 - I momenti flettenti con cui armare i pilastri si ricavano dai momenti resistenti delle travi

Ai fini della progettazione in capacità, per ciascuna direzione e ciascun verso di applicazione delle azioni sismiche, per ogni nodo trave-pilastro (ad eccezione dei nodi in corrispondenza della sommità dei pilastri dell'ultimo orizzontamento), la capacità a flessione complessiva dei pilastri deve essere maggiore della capacità a flessione complessiva delle travi amplificata del coefficiente γ_{Rd} , in accordo con la formula:

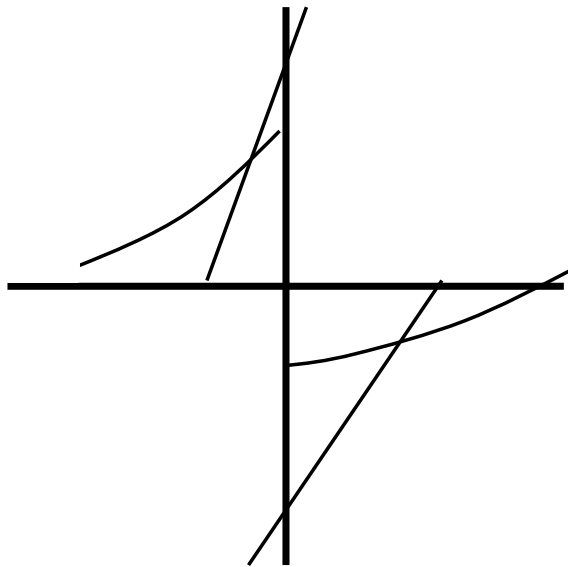
$$\sum M_{c,Rd} \geq \gamma_{Rd} \sum M_{b,Rd} \quad \text{NTC, punto 7.4.4.2.1}$$

con $\gamma_{Rd} = 1.30$

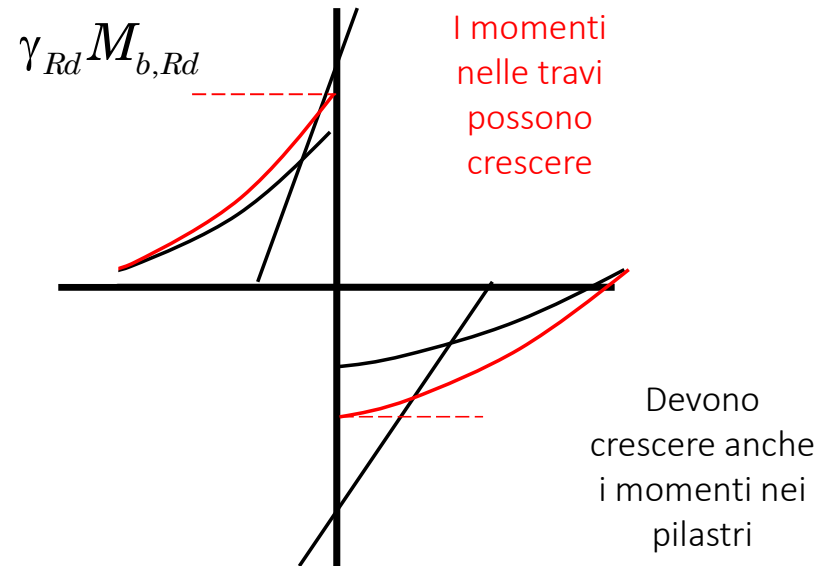
NTC, Tab. 7.2.1

Armatura longitudinale nei pilastri

- Per tutte le altre sezioni dei pilastri si applica la gerarchia delle resistenze (o progetto in capacità)
 - I momenti flettenti con cui armare i pilastri si ricavano dai momenti resistenti delle travi



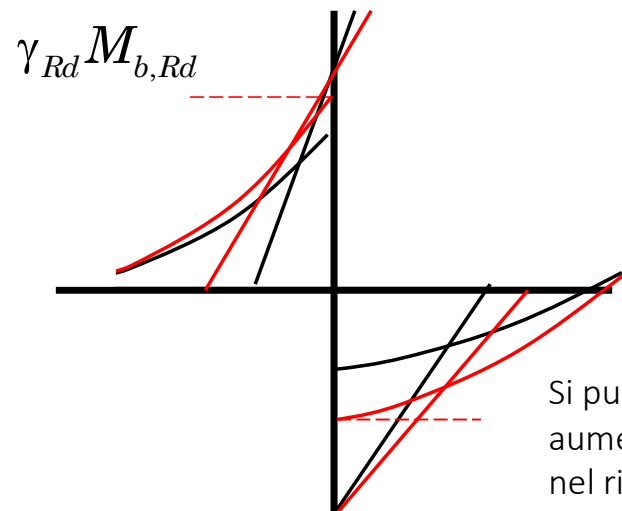
Nodo
(momenti in equilibrio)



Nota: non è precisato come ripartire il momento tra pilastro superiore e inferiore

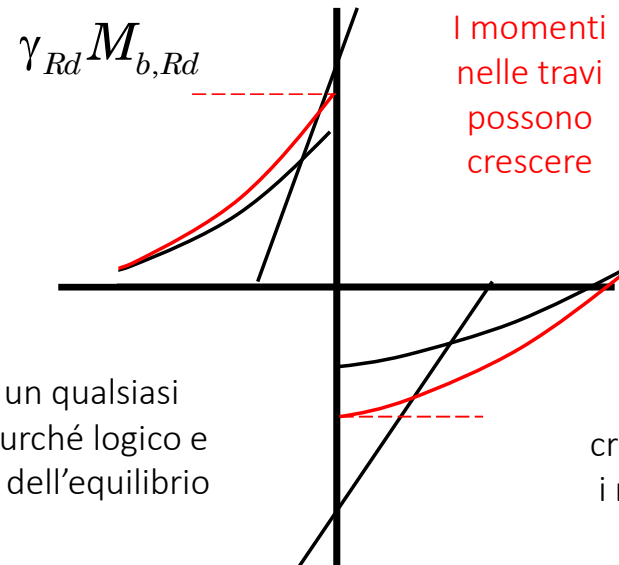
Armatura longitudinale nei pilastri

- Per tutte le altre sezioni dei pilastri si applica la gerarchia delle resistenze (o progetto in capacità)
 - I momenti flettenti con cui armare i pilastri si ricavano dai momenti resistenti delle travi



Se il comportamento fosse elastico, i momenti crescerebbero in proporzione
Ma la struttura va in campo plastico e non ha senso parlare di proporzione

Si può dare un qualsiasi aumento, purché logico e nel rispetto dell'equilibrio

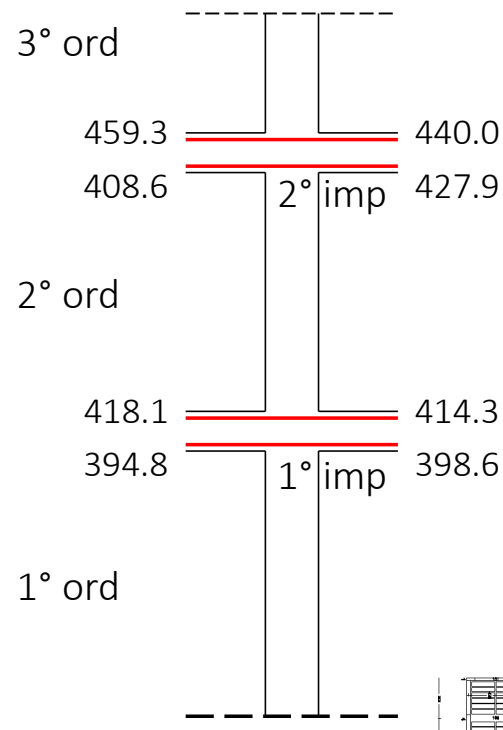
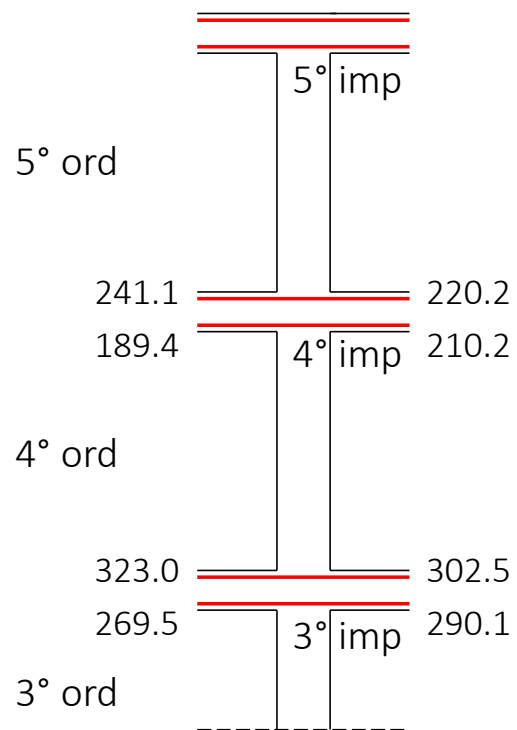


I momenti nelle travi possono crescere

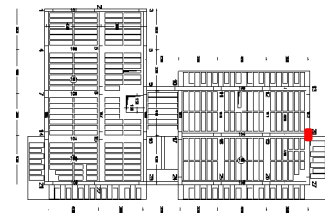
Devono crescere anche i momenti nei pilastri

Nota: non è precisato come ripartire il momento tra pilastro superiore e inferiore

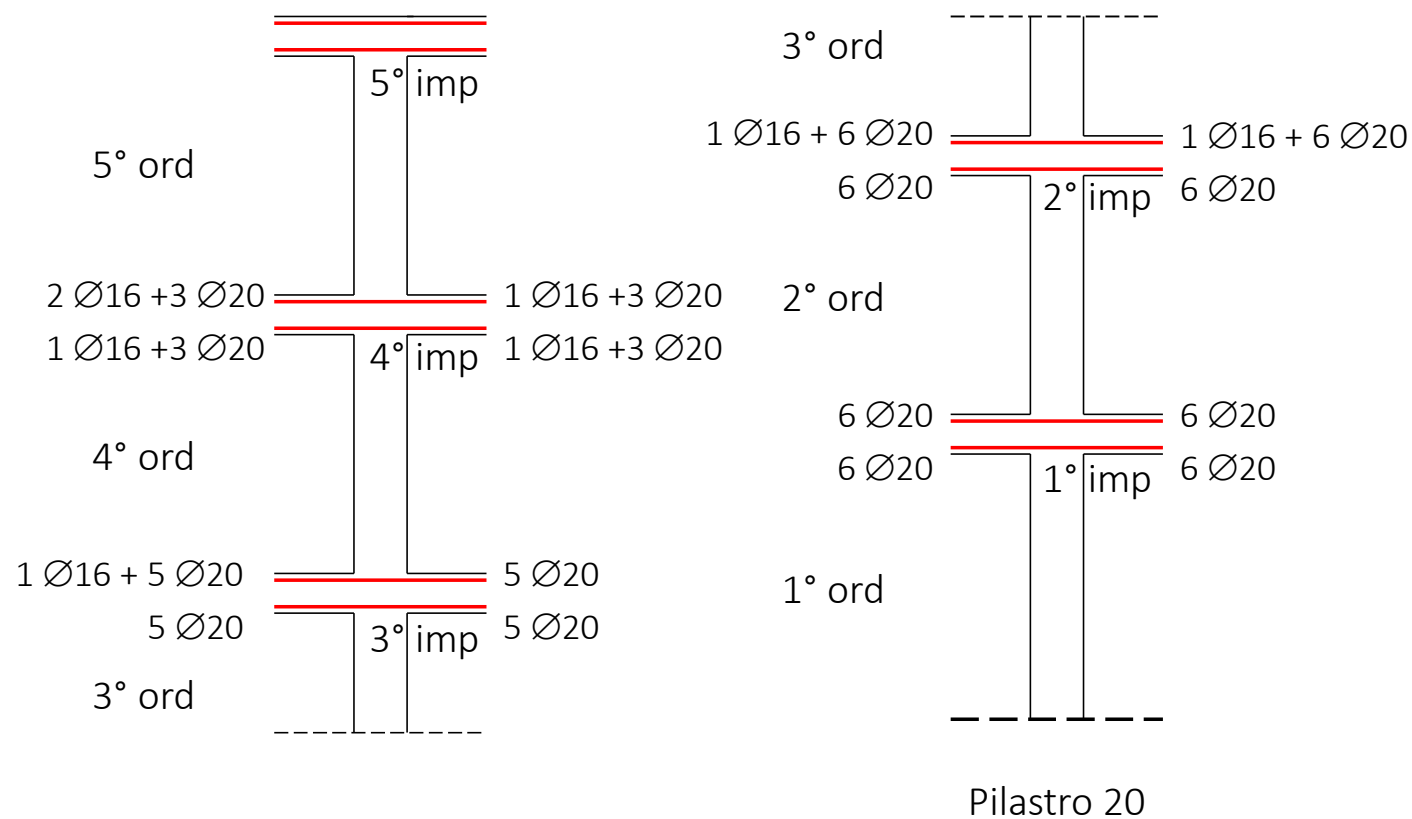
Per la gerarchia delle resistenze: momenti sollecitanti delle travi [kNm]



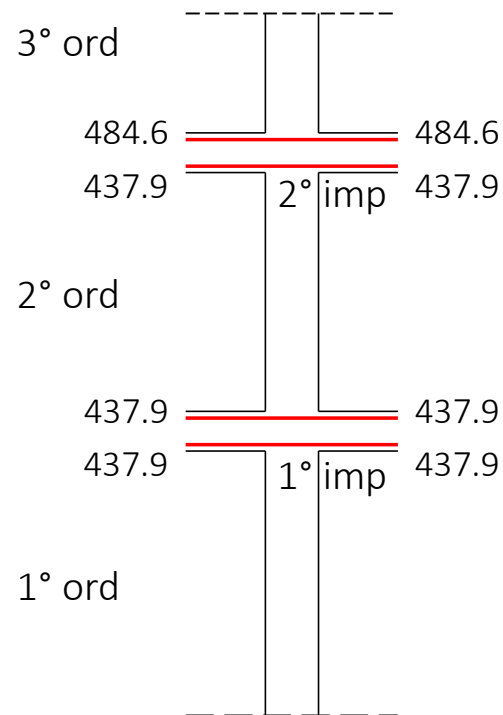
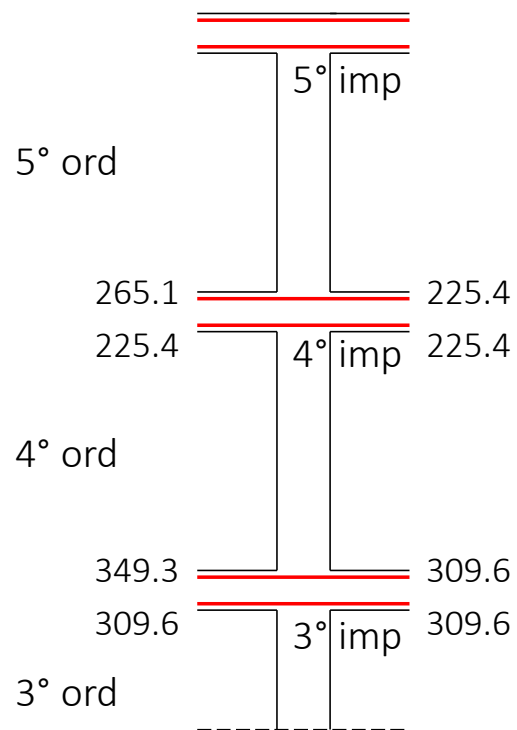
Pilastro 20
in direzione y



Per la gerarchia delle resistenze: armatura delle travi

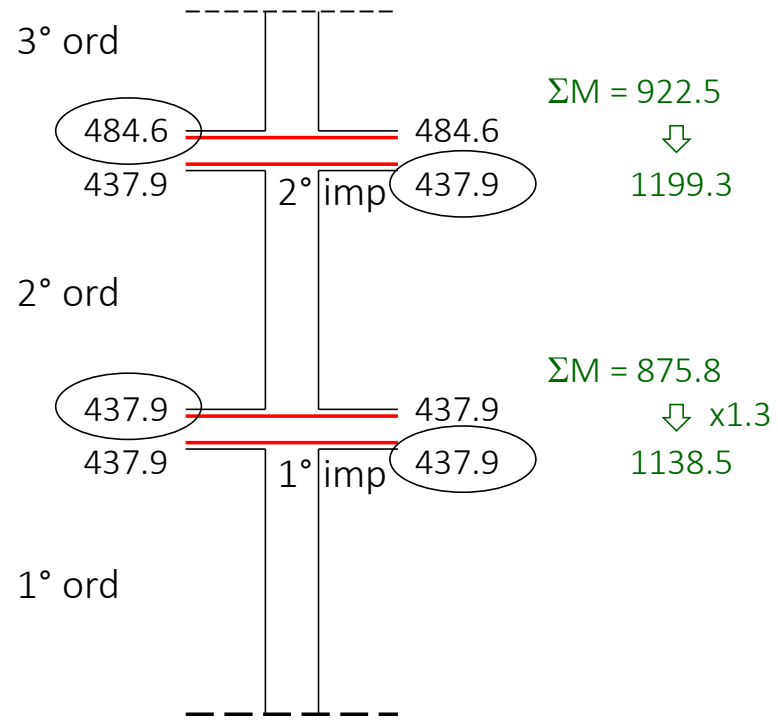
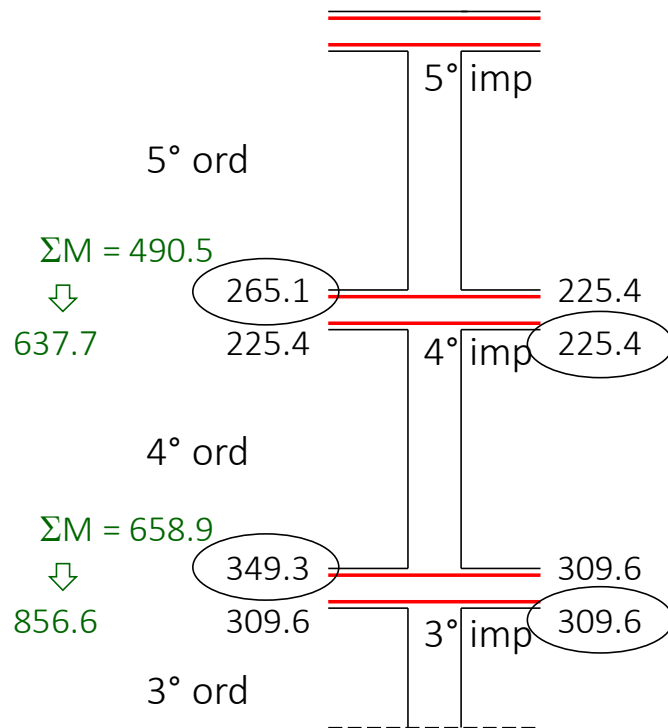


Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi [kNm]



Pilastro 20
in direzione y

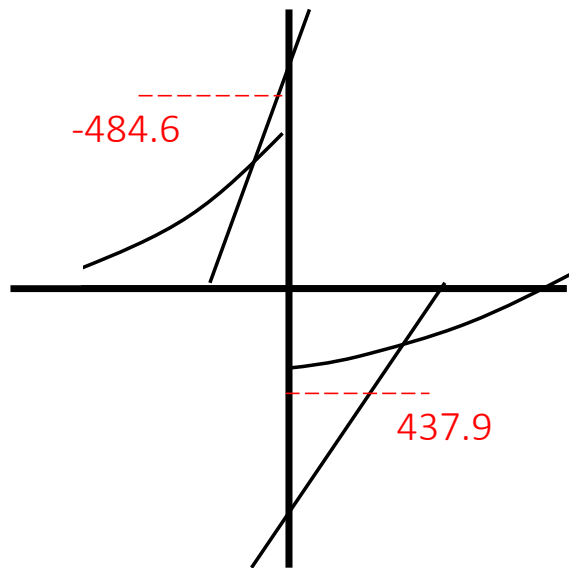
Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi [kNm]



Pilastro 20
in direzione y

Equilibrio del nodo

$$\Delta M = 875.8 \times 1.3 = 1199.3$$

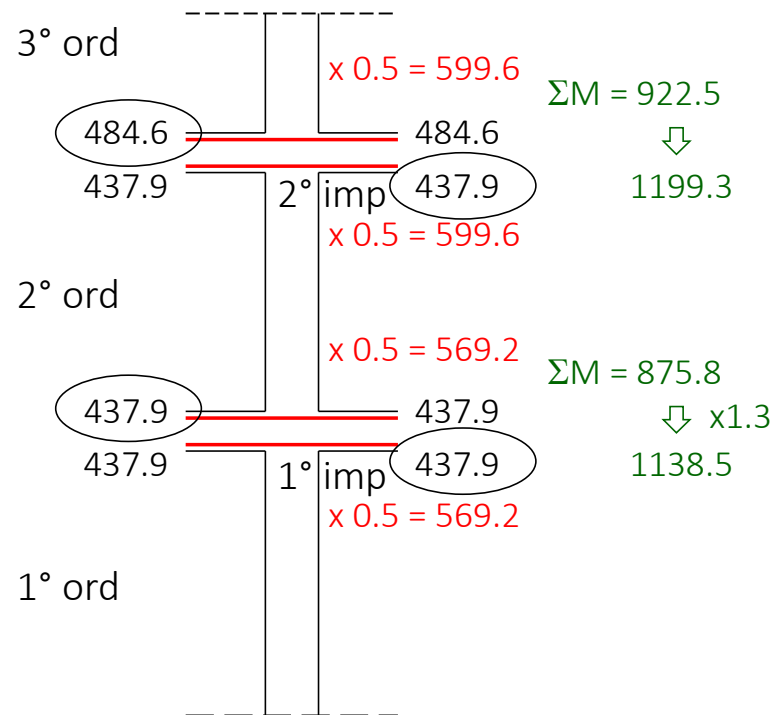
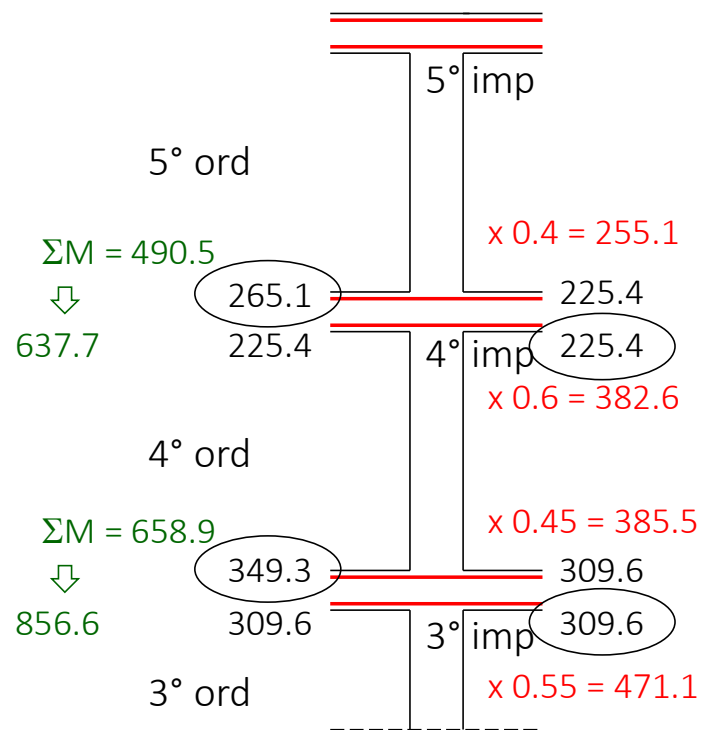


Nodo del 2° impalcato
in direzione y

- Posso ripartire metà e metà
- Posso ripartire in proporzione al momento flettente
- Posso ripartire in proporzione al taglio di piano

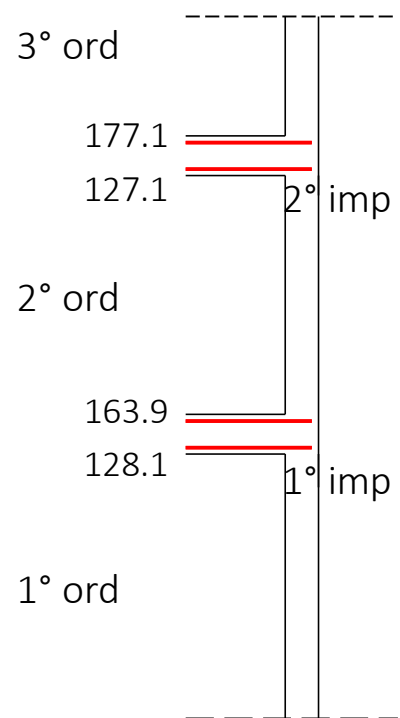
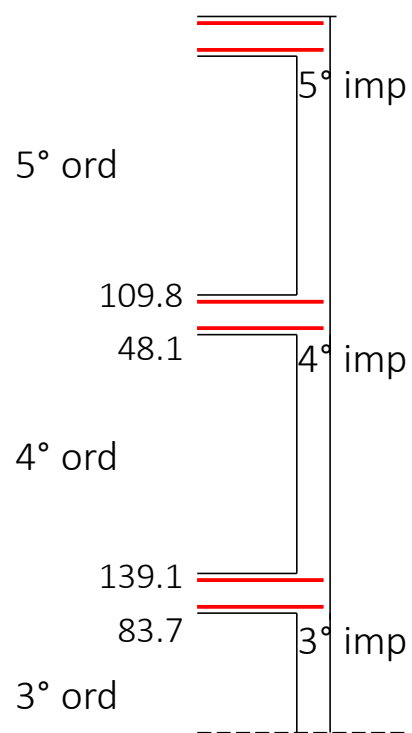
Ovviamente è una
scelta soggettiva

Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi [kNm]



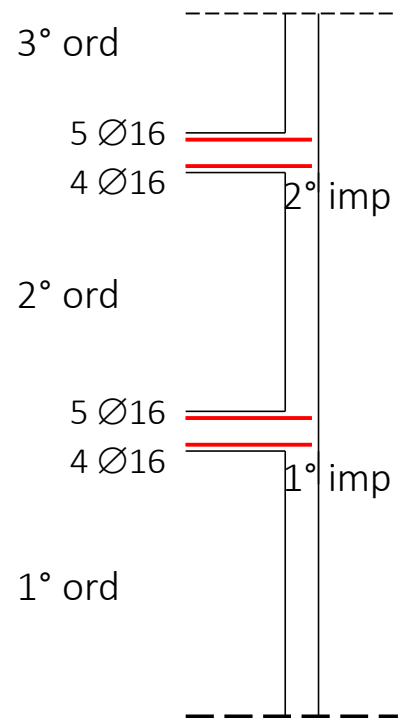
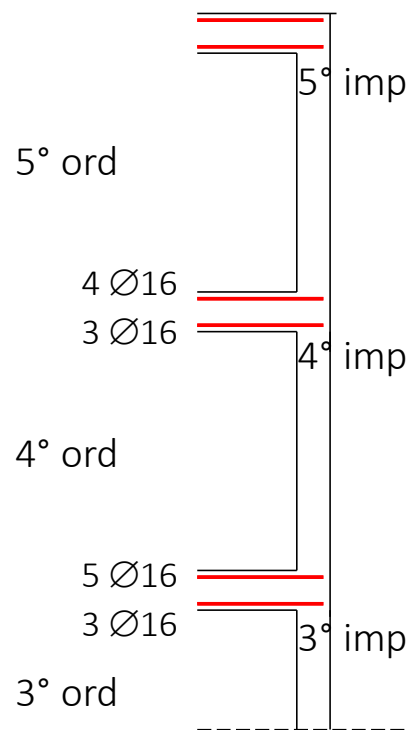
Pilastro 20
in direzione y

Per la gerarchia delle resistenze: momenti sollecitanti delle travi [kNm]



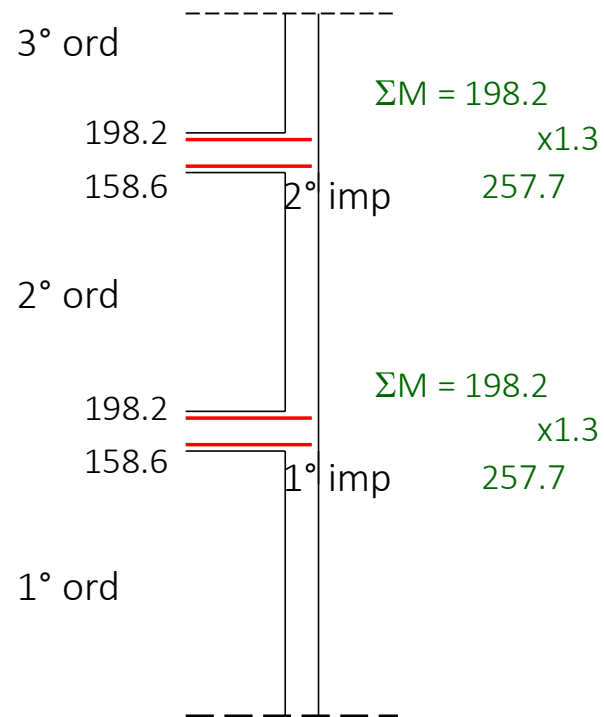
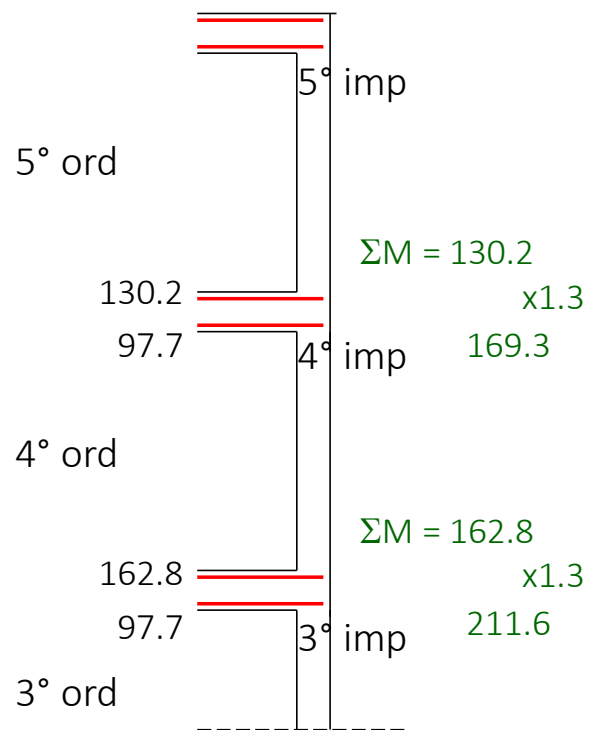
Pilastro 20
in direzione x

Per la gerarchia delle resistenze: armatura delle travi



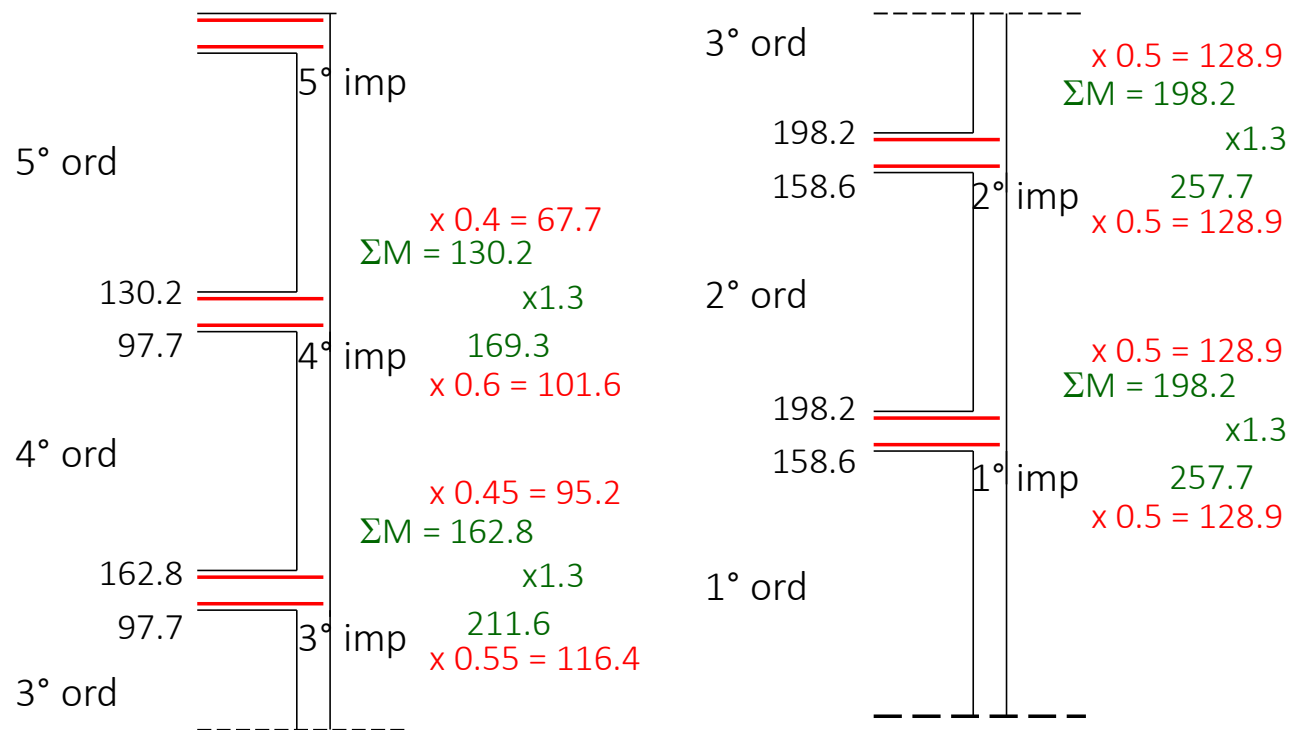
Pilastro 20
in direzione x

Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi [kNm]



Pilastro 20
in direzione x

Per la gerarchia delle resistenze: momenti resistenti delle travi [kNm]



Pilastro 20
in direzione x

Per la gerarchia delle resistenze: progetto delle armature dei pilastri

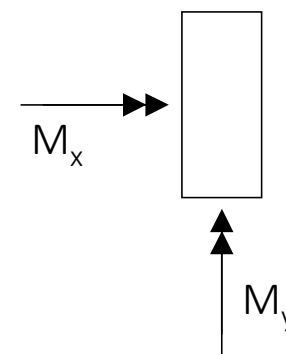
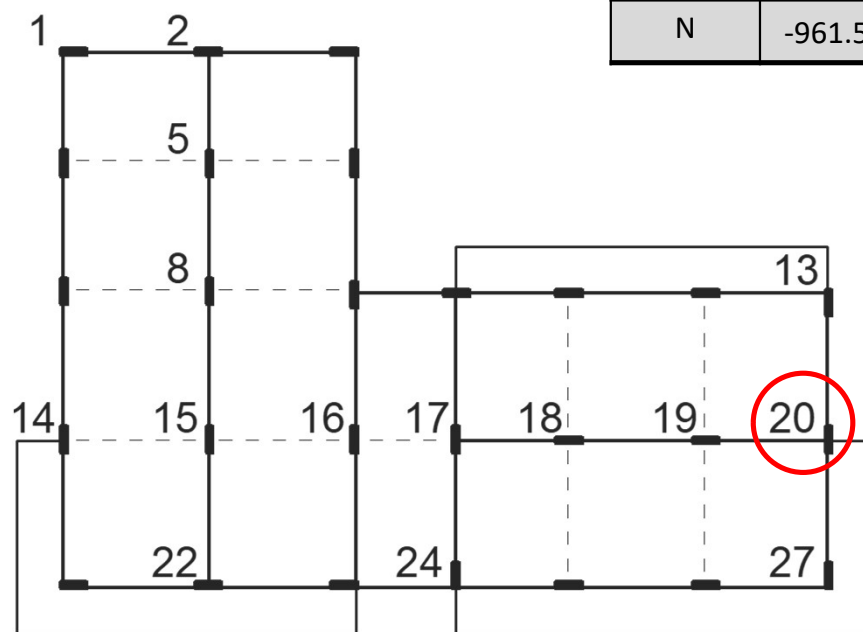
- Ho progettato le armature a pressoflessione retta, separatamente nelle due direzioni, considerando i limiti di normativa (almeno 1%)
- Devo verificare a pressoflessione deviata considerando:
 - Il momento massimo in una direzione
 - Il 30% del momento massimo nell'altra direzione
(o, se maggiore, il momento nell'altra direzione corrispondente al sisma nella prima direzione)

Pilastro 20, in testa al I ordine

calcolo e gerarchia resistenze

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M_x	170.7	170.7	569.2	569.2
M_y	128.9	128.9	38.7	38.7
N	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26

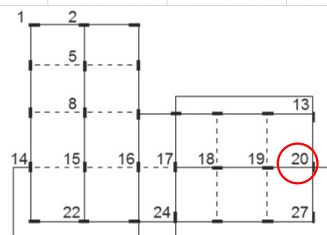


Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20

riepilogo valori di calcolo

Piano		qmax	q + (x+0.3y)	q - (x+0.3y)	q + (y+0.3x)	q - (y+0.3x)		qmax	q + (x+0.3y)	q - (x+0.3y)	q + (y+0.3x)	q - (y+0.3x)
	alla base						in testa					
5	Mx	-21.99	36.82	-63.33	-126.94	100.42	Mx	20.33	121.16	-94.95	270.22	-244.02
	My	-36.19	-50.09	6.98	-31.12	-11.99	My	42.19	64.03	-14.04	38.01	11.99
	N	-138.44	-111.39	-64.76	-95.85	-80.30	N	-138.44	-111.39	-64.76	-95.85	-80.30
4	alla base						in testa					
	Mx	-21.14	-118.57	94.24	-262.00	237.67	Mx	22.92	167.71	-141.74	372.88	-346.92
	My	-30.81	-70.01	33.12	-35.45	-1.43	My	30.45	77.01	-40.52	37.64	-1.15
3	N	-365.21	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87	N	-365.21	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87
	alla base						in testa					
	Mx	-24.37	-207.19	178.84	-466.97	438.62	Mx	23.52	184.35	-156.89	411.47	-384.01
2	My	-28.71	-95.91	61.55	-43.27	8.92	My	29.97	89.15	-53.29	41.55	-5.69
	N	-590.53	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97	N	-590.53	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97
	alla base						in testa					
1	Mx	-7.55	-235.02	225.98	-545.68	536.63	Mx	17.95	223.28	-202.30	503.03	-482.05
	My	-27.39	-108.06	75.29	-46.81	14.04	My	27.42	105.47	-72.64	45.93	-13.11
	N	-814.62	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68	N	-814.62	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68
	alla base						in testa					
	Mx	0.75	-312.63	313.24	-700.20	700.80	Mx	-0.90	156.39	-157.30	342.19	-343.10
	My	-8.50	-92.39	82.22	23.83	-34.00	My	16.56	79.44	-59.63	-13.19	33.00
	N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26	N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26



Questo pilastro ha
sezione 30x90

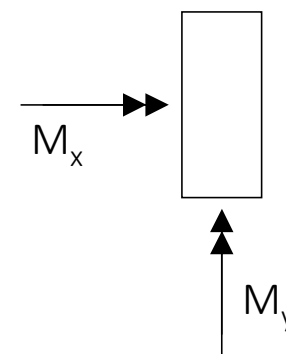
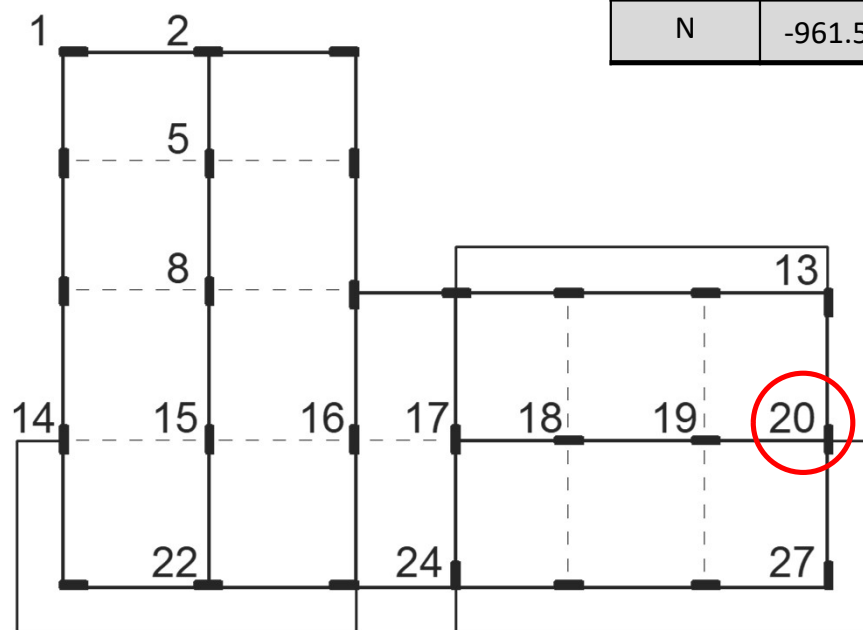
Pilastro 20, in testa al I ordine calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	$q + (x+0.3y)$	$q - (x+0.3y)$	$q + (y+0.3x)$	$q - (y+0.3x)$
in testa					
M _x	-0.90	156.39	-157.30	342.19	-343.10
M _y	16.56	79.44	-59.63	-13.19	33.00
N	-980.28	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M _x	170.7	170.7	569.2	569.2
M _y	128.9	128.9	38.7	38.7
N	-961.56	-278.78	-733.08	-507.26



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, al piede del II ordine

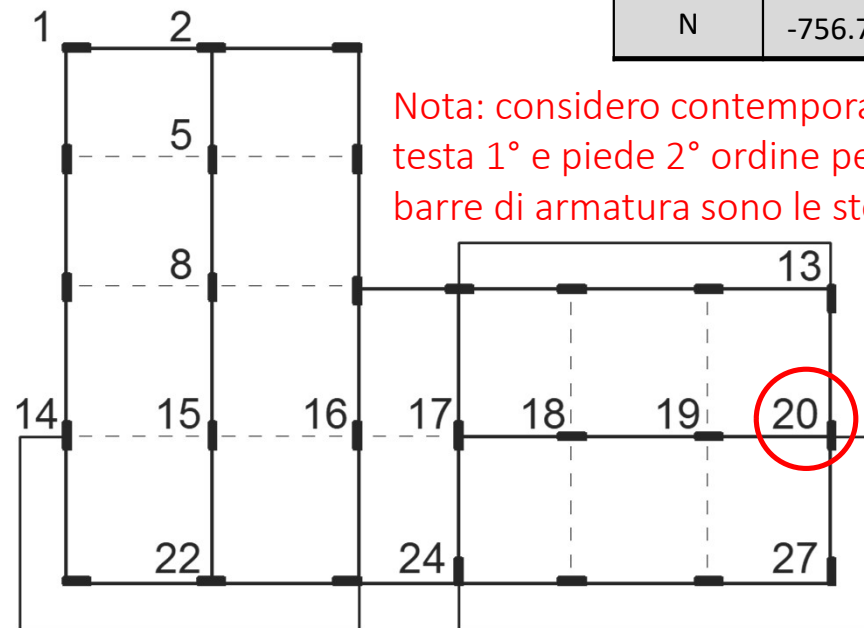
calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

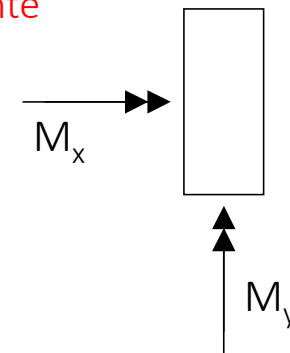
	qmax	q + (x+0.3y)	q - (x+0.3y)	q + (y+0.3x)	q - (y+0.3x)
alla base					
Mx	-7.55	-235.02	225.98	-545.68	536.63
My	-27.39	-108.06	75.29	-46.81	14.04
N	-814.62	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M _x	170.7	170.7	569.2	569.2
M _y	128.9	128.9	38.7	38.7
N	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68



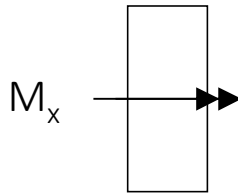
Nota: considero contemporaneamente testa 1° e piede 2° ordine perché le barre di armatura sono le stesse



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, in testa al I ordine caratteristiche della sollecitazione

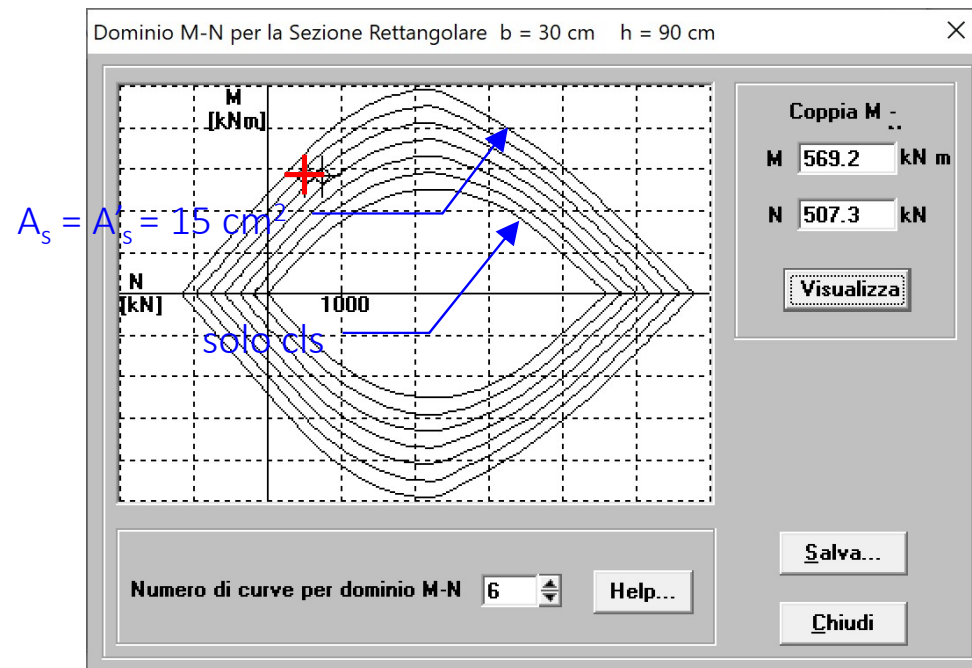
- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)



Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
almeno 12 cm^2



Pilastro 20, in testa al I ordine caratteristiche della sollecitazione

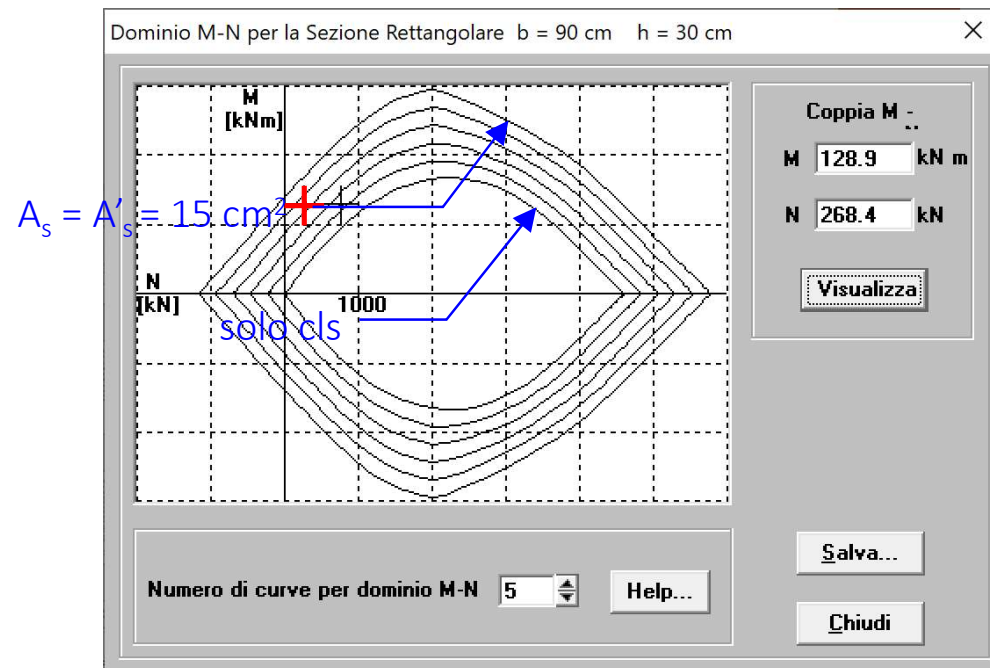
- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)



Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 10 cm^2



Per la gerarchia delle resistenze: valori di calcolo dei pilastri

Considerazioni:

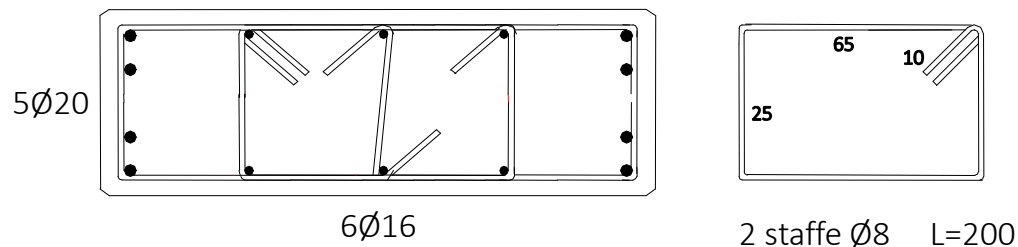
- I pilastri “di piatto” possono essere considerati secondari, se portano una aliquota molto bassa del taglio di piano
Esempio: pilastro 20 direzione x porta 2.1÷2.6% del taglio di piano
- In tal caso non sarebbe necessario tener conto della gerarchia delle resistenze
- Io in genere l’ho fatto comunque, perché mi bastava l’armatura minima

In nessun caso la scelta degli elementi da considerare secondari può determinare il passaggio da struttura “irregolare” a struttura “regolare” come definite al § 7.2.1, né il contributo totale alla rigidezza ed alla resistenza sotto azioni orizzontali degli elementi secondari può superare il 15% dell’analogo contributo degli elementi primari.

NTC punto 7.2.3

Pilastro 20 in testa al I ordine

- È opportuno abbondare un po' rispetto all'area di armatura prevista a pressoflessione retta, per essere sicuri di andar bene anche a pressoflessione deviata
 - Posso pensare di disporre in totale 8 $\varnothing 20$ e 6 $\varnothing 16$, con doppia staffa e un tirantino (1.38% della sezione)



- In realtà alla base ho disposto 5 $\varnothing 20$ sul lato corto; qui potrei averne solo 4, interrompendo una barra, oppure mantenerne 5
- Questa armatura lavora anche alla base del 2° ordine (e va bene, perché M è lo stesso, N solo un po' minore)

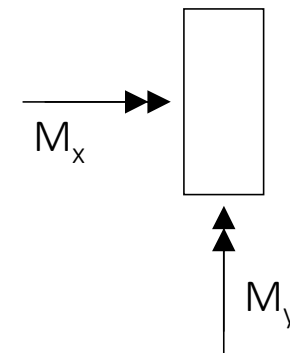
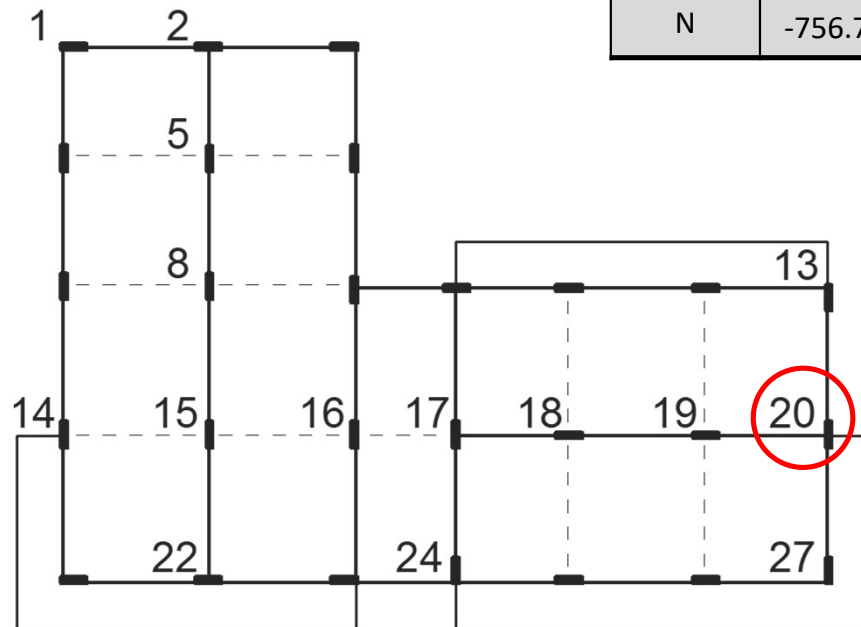
Pilastro 20, in testa al II ordine calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	$q + (x+0.3y)$	$q - (x+0.3y)$	$q + (y+0.3x)$	$q - (y+0.3x)$
in testa					
Mx	17.95	223.28	-202.30	503.03	-482.05
My	27.42	105.47	-72.64	45.93	-13.11
N	-814.62	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M_x	179.9	179.9	599.6	599.6
M_y	128.9	128.9	38.7	38.7
N	-756.79	-268.39	-593.50	-431.68



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, al piede del III ordine

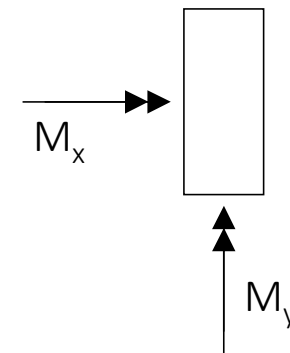
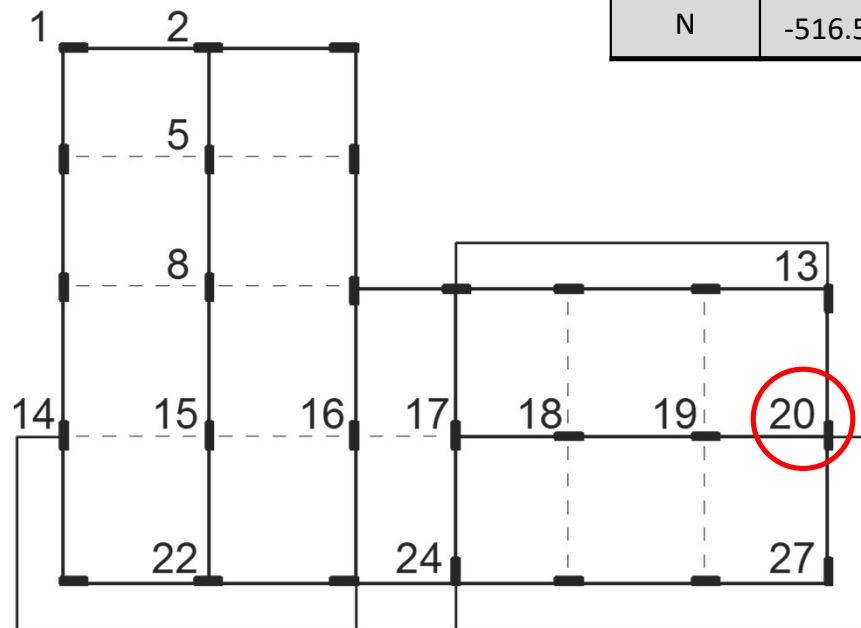
calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	$q + (x+0.3y)$	$q - (x+0.3y)$	$q + (y+0.3x)$	$q - (y+0.3x)$
alla base					
M _x	-24.37	-207.19	178.84	-466.97	438.62
M _y	-28.71	-95.91	61.55	-43.27	8.92
N	-590.53	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97

Per gerarchia delle resistenze

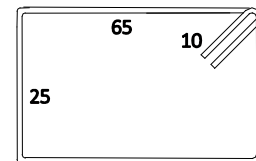
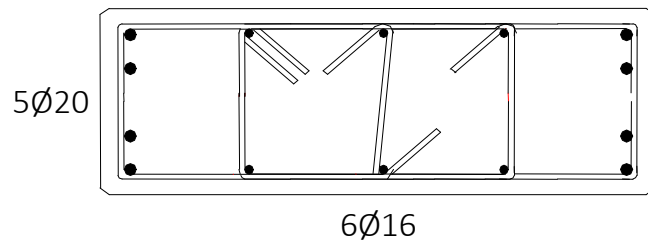
	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M _x	179.9	179.9	599.6	599.6
M _y	128.9	128.9	38.7	38.7
N	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20 in testa al II ordine e al piede del III ordine

- I valori sono simili a quelli per la testa del I ordine e base del II ordine
 - Posso mantenere la stessa armatura che ho indicato come necessaria per quelle sezioni



2 staffe $\varnothing 8$ L=200

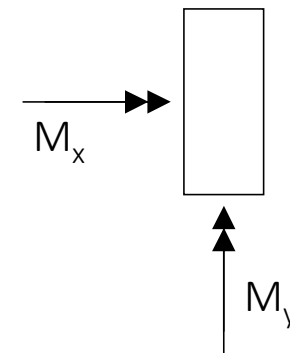
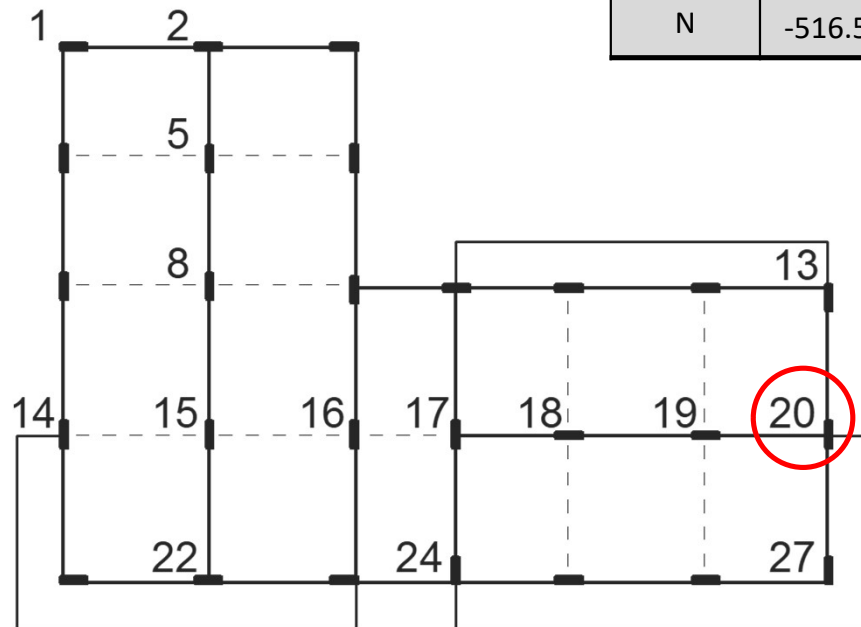
Pilastro 20, in testa al III ordine calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	q + (x+0.3y)	q - (x+0.3y)	q + (y+0.3x)	q - (y+0.3x)
in testa					
Mx	23.52	184.35	-156.89	411.47	-384.01
My	29.97	89.15	-53.29	41.55	-5.69
N	-590.53	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M_x	141.3	141.3	471.1	471.1
M_y	116.4	116.4	34.9	34.9
N	-516.53	-227.20	-419.75	-323.97



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, al piede del IV ordine

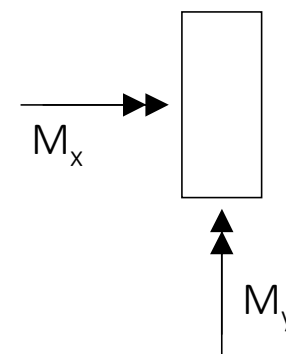
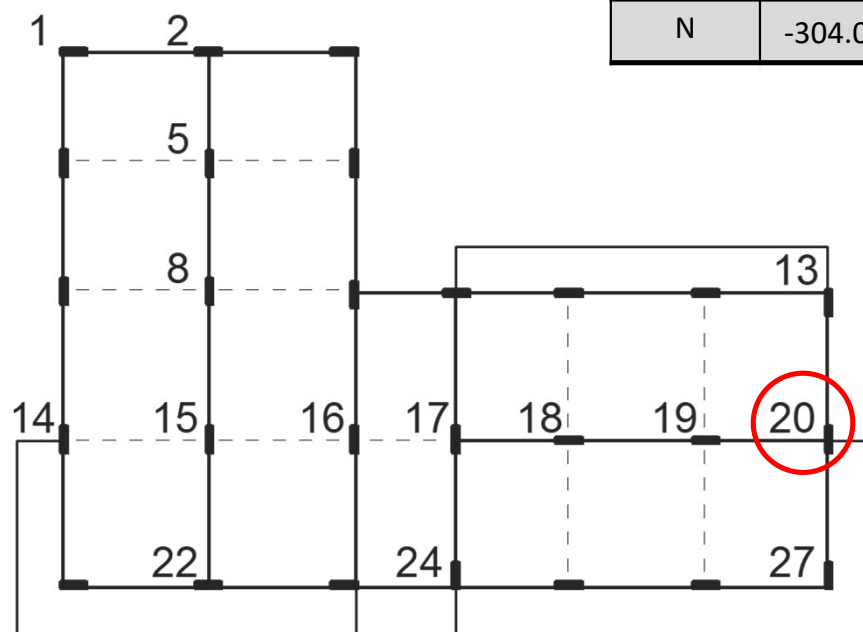
calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	$q + (x+0.3y)$	$q - (x+0.3y)$	$q + (y+0.3x)$	$q - (y+0.3x)$
alla base					
M _x	-21.14	-118.57	94.24	-262.00	237.67
M _y	-30.81	-70.01	33.12	-35.45	-1.43
N	-365.21	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87

Per gerarchia delle resistenze

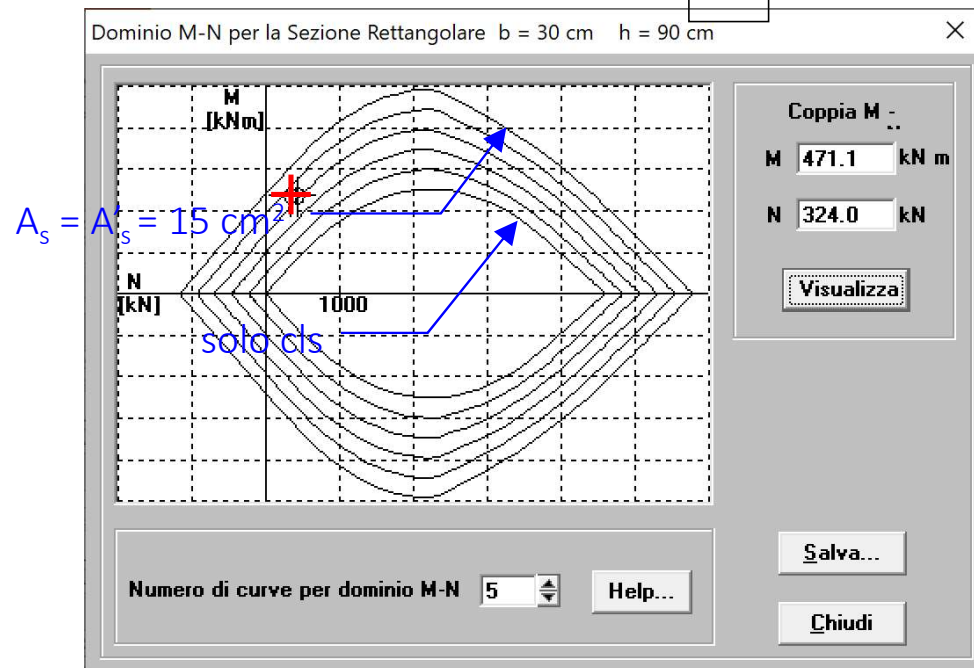
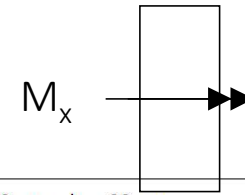
	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M _x	115.7	115.7	385.5	385.5
M _y	95.2	95.2	28.6	28.6
N	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)



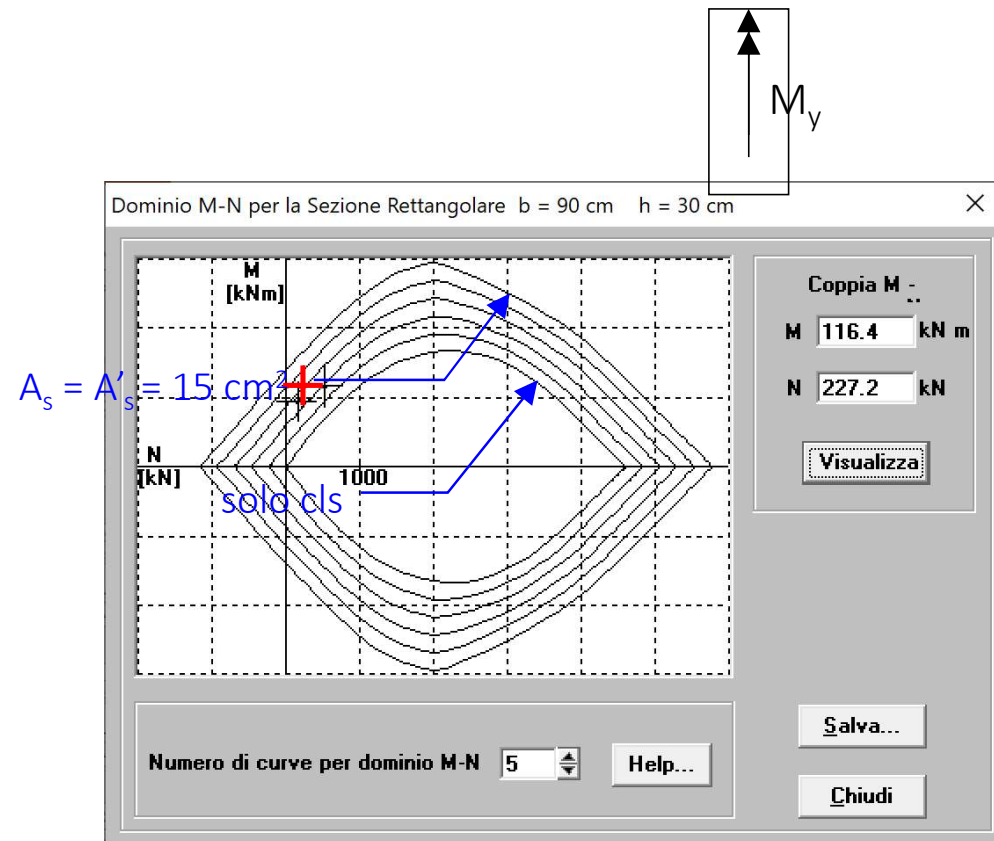
Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)

Si visualizza bene con
domini M-N

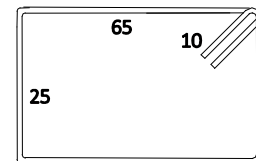
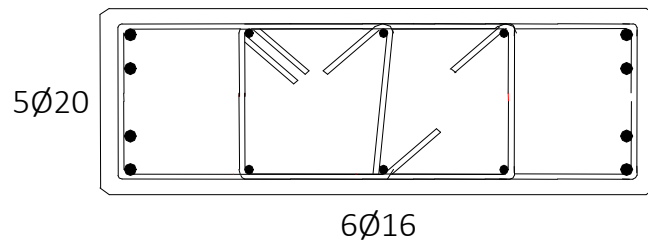
Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 9 cm^2



Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- I valori sono leggermente minori di quelli necessari dalla testa del I ordine alla base del III ordine
 - Posso mantenere la stessa armatura che ho indicato come necessaria per quelle sezioni



2 staffe $\varnothing 8$ L=200

Pilastro 20, in testa al IV ordine

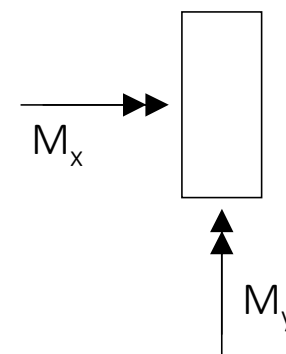
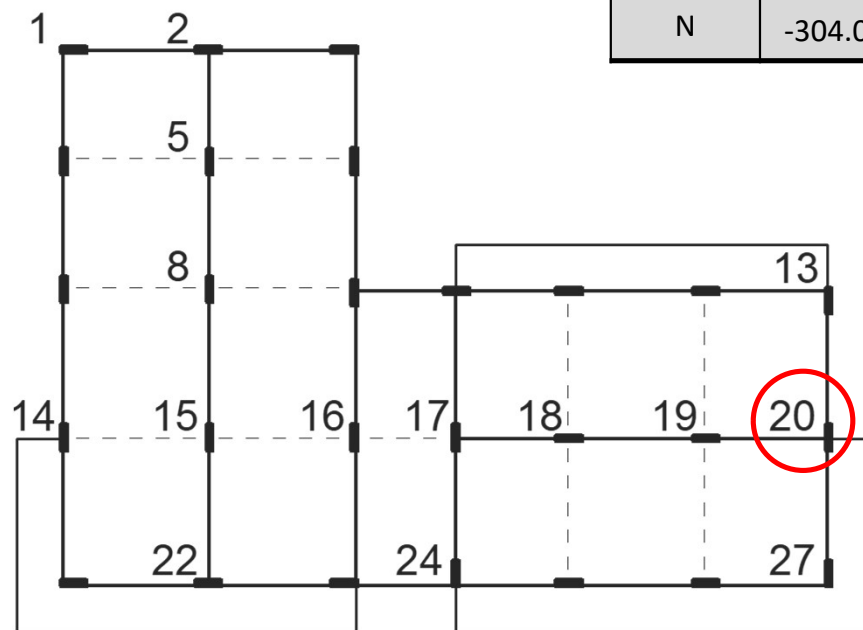
calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	q + (x+0.3y)	q - (x+0.3y)	q + (y+0.3x)	q - (y+0.3x)
in testa					
Mx	22.92	167.71	-141.74	372.88	-346.92
My	30.45	77.01	-40.52	37.64	-1.15
N	-365.21	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87

Per gerarchia delle resistenze

	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M _x	114.8	114.8	382.6	382.6
M _y	101.6	101.6	30.5	30.5
N	-304.02	-156.58	-254.74	-205.87



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, al piede del V ordine

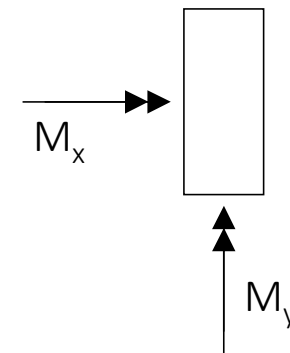
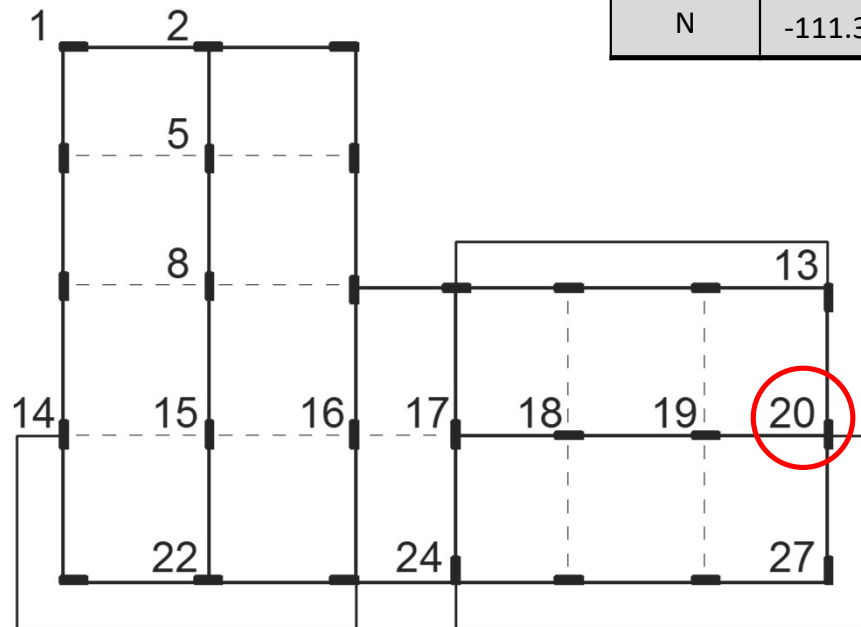
calcolo e gerarchia resistenze

Dal calcolo

	qmax	$q + (x+0.3y)$	$q - (x+0.3y)$	$q + (y+0.3x)$	$q - (y+0.3x)$
alla base					
Mx	-21.99	36.82	-63.33	-126.94	100.42
My	-36.19	-50.09	6.98	-31.12	-11.99
N	-138.44	-111.39	-64.76	-95.85	-80.30

Per gerarchia delle resistenze

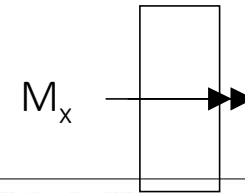
	sisma prev. x	sisma prev. x	sisma prev. y	sisma prev. y
M_x	76.5	76.5	255.1	255.1
M_y	67.7	67.7	20.3	20.3
N	-111.39	-64.76	-95.85	-80.30



Nota:
Questo pilastro ha
sezione 30x90

Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- Armature per M_x (in questo caso, sul lato corto)



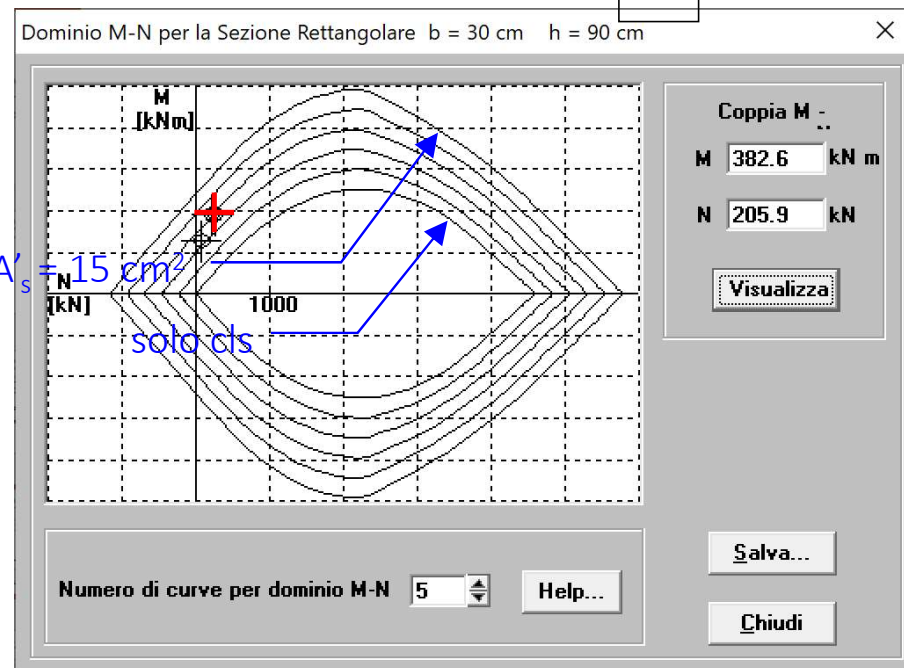
Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 9 cm^2

$$A_s = A'_s = 15 \text{ cm}^2$$

solo cls



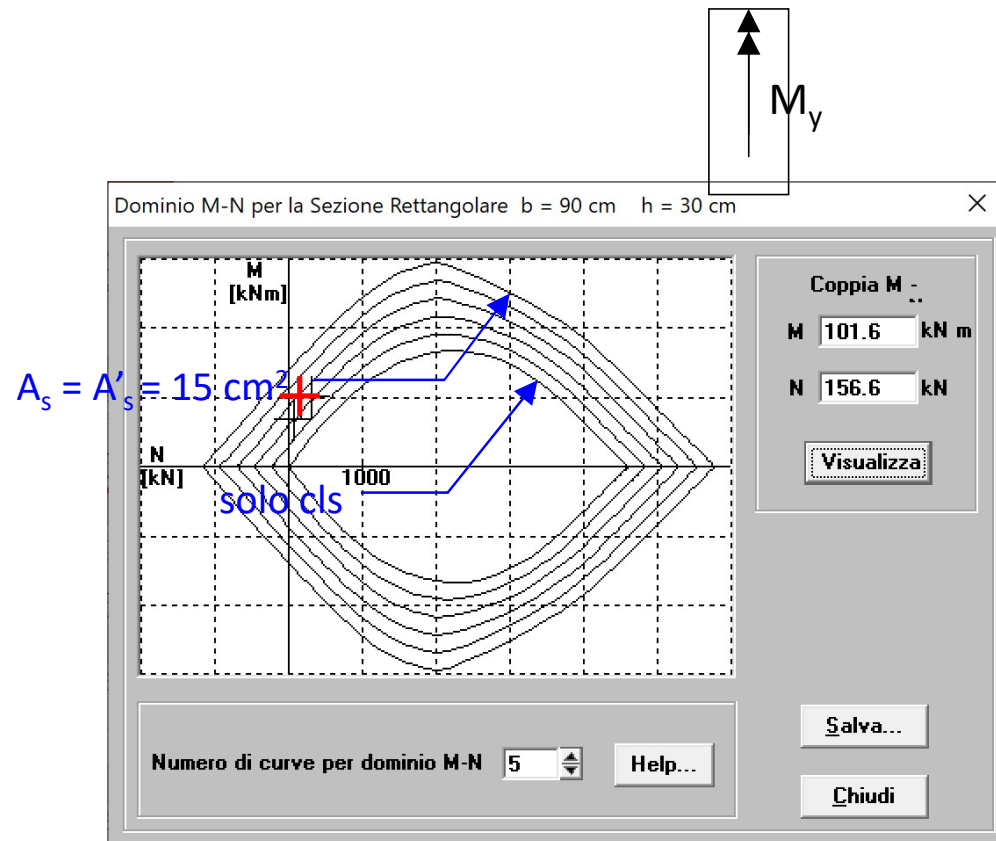
Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- Armature per M_y (in questo caso, sul lato lungo)

Si visualizza bene con
domini M-N

Ad esempio col
programma EC2

In questo caso occorrono
circa 9 cm^2



Pilastro 20, in testa al III ordine e al piede del IV ordine

- I valori sono minori di quelli necessari dalla testa del I ordine alla base del III ordine
 - Posso ridurre l'armatura sul lato corto; quella sul lato lungo è la minima da disporre comunque. Metto quindi 6 $\varnothing 20$ e 6 $\varnothing 16$, con doppia staffa e un tirantino (1.14% della sezione)

